

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА- ЯКОБИ С ФАЗОВЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Н.Н. Субботина, Л.Г. Шагалова
Институт математики и механики УрО РАН

Рассматривается следующая задача Коши, приведенная в работе [1] для модели Кроу-Кимуры молекулярной эволюции.

$$(1) \quad \partial u / \partial t + H(x, u') = 0,$$

$$(2) \quad u(0, x) = u_0(x).$$

Здесь $u' = \partial u / \partial x$, $0 \leq t < \infty$, $-1 \leq x \leq 1$, а гамильтониан задан соотношением

$$(3) \quad H(x, u') = 1 - f(x) - \frac{1+x}{2} e^{2u'} - \frac{1-x}{2} e^{-2u'},$$

где $f(x)$ – заданная функция фитнеса.

Рассматриваемая краевая задача с фазовыми ограничениями не имеет глобального классического решения. На основе минимаксного [2, 3] (и / или вязкостного [4, 5]) подхода вводится понятие обобщенного решения, исследуется вопрос его существования.

Для построения обобщенного решения используется вспомогательная задача оптимального управления. Предлагаемые конструкции опираются на обобщенный метод характеристик для уравнений Гамильтона-Якоби [6]. Обсуждается вопрос единственности решения рассматриваемой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Saakian D.B., Rozanova O., Akmetzhanov A. Dynamics of the Eigen and the Crow-Kimura models for molecular evolution // *Physical Review E*, 2008. Vol. 78, 041908, 7 p.
- [2]. Субботин А.И. Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона - Якоби. М.: Наука, 1991.
- [3]. Субботин А.И. Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003.
- [4]. Crandall M., Lions P.-L. Viscosity solutions of Hamilton-Jacobi Equations // *Trans. Amer. Math. Soc.*, 1983. Vol. 277, P. 1-42.
- [5]. Capuzzo-Dolcetta, P.-L. Lions. Hamilton-Jacobi Equations with State Constraints // *Trans. AMS*. Vol. 318, No. 2, 1990.
- [6]. Субботина Н.Н. Метод характеристик для уравнений Гамильтона-Якоби и его приложения в динамической оптимизации. Тбилиси: Ин-т кибернетики АН Грузии, 2004. (Совр. математика и ее прил.; Т. 20).