

ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК КОШИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Егоров И.Е.¹

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра системного анализа,
email: ivanyegorov@gmail.com

Известно, что задача синтеза оптимального управления, т.е. отыскания оптимального закона обратной связи (позиционного, не программного управления), сводится к глобальному построению в фазовом или расширенном фазовом пространстве (т.е. фазовом пространстве, дополненном временной переменной) обобщенного решения задачи Коши для, вообще говоря, нелинейного уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана (коротко — уравнения ГЯБ) в частных производных первого порядка. Применение методов сугубо вычислительного характера для решения таких задач имеет ряд существенных ограничений. Вместе с тем, если для определенного (возможно, достаточно узкого) класса задач удастся задать все поверхности переключений оптимального позиционного управления, то глобальная геометрическая картина синтеза естественным образом выявляется без возникновения указанных трудностей. Доклад посвящен численно-аналитическим методам исследования и построения указанных поверхностей переключений в конкретных классах задач без фазовых ограничений и с одномерным линейно входящим управлением. Эти методы разработаны под влиянием обобщения классического метода характеристик Коши для уравнений в частных производных первого порядка, которое восходит к работам А.И. Субботина, Н.Н. Субботиной, А.А. Меликяна. Предложенный подход сочетает в себе как исследование участков постоянства и особых участков оптимальных управлений посредством принципа максимума Понтрягина, так и получение аналитических представлений, определяющих локальные решения задачи Коши для уравнения ГЯБ, с помощью первых интегралов расширенной системы уравнений динамики. Применение разработанных методов глобального синтеза оптимального управления продемонстрировано на ряде многомерных и нелинейных моделей математической биологии и медицины. В каждой из них динамика терапевтического агента описывается фармакокинетическим уравнением, которое вместо абсолютного значения дозировки лекарства оперирует величиной концентрации, что более корректно и естественно с медицинской точки зрения. Также разбирается задача оптимального управления для одной нелинейной математической модели экономического роста под действием инвестиций в инновации.

Литература

1. Bratus A., Todorov Y., Yegorov I., Yurchenko D. Solution of the feedback control problem in the mathematical model of leukaemia therapy // *Journal of Optimization Theory and Applications*. – 2013. – V. 159 – N. 3. – P. 590–605.
2. Yegorov I., Todorov Y. Synthesis of optimal control in a mathematical model of tumour-immune dynamics // *Optimal Control Applications and Methods*. – 2013. – DOI: 10.1002/oca.2103.
3. Егоров И.Е. Оптимальное позиционное управление в математической модели терапии злокачественной опухоли с учетом реакции иммунной системы // *Математическая биология и биоинформатика* (2014) **9**, №1, с.257–272.
4. Егоров И.Е. Обобщение метода характеристик Коши для построения гладких решений уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана в задачах оптимального управления с особыми режимами // *Вестник Московского университета: Вычислительная математика и кибернетика* (2014) **38**, №3, с.30–40.