

Конструктивные методы и алгоритмы построения негладких решений дифференциальных игр и задач управления

Успенский А.А.

1. Изучается геометрия замкнутых множеств евклидова пространства на основе понятия *меры (коэффициента) невыпуклости множества*. Определяются основные структурные элементы развиваемой теории (*биссектриса множества, псевдовершина множества, крайняя точка биссектрисы, обобщенная гиперплоскость* и прочее). Исследуется проблема *мажорируемости множеств*. Приводятся *теоремы об отделимости невыпуклых множеств*. Одна из сфер применения результатов теории – построение (в аналитической или аппроксимационной форме) решений задач о быстродействии и задач геометрической оптики.

2. Изучаются свойства обобщенного решения краевой задачи Дирихле для уравнения типа эйконала частного вида. Устанавливается связь эйконала с функцией оптимального результата соответствующей задачи управления по быстродействию. Техника исследования, основанная на свойствах *локальных диффеоморфизмов*, позволяет выявлять условия возникновения сингулярности у решения. Показывается, что структура *сингулярного множества* определяется геометрией краевого множества и дифференциальными свойствами его границы. Доказываются *теоремы о необходимых условиях существования псевдовершин* краевого множества в зависимости от порядка гладкости его границы. Приводятся формулы вычисления крайних точек сингулярного множества. Вводятся в рассмотрение *многоточечные дифференциальные отношения*, позволяющие описывать негладкие особенности обобщенных решений уравнений в частных производных первого порядка, и обосновываются формулы вычисления *производных в силу диффеоморфизмов* для некоторых классов функций.

3. В рамках метода построения аппроксимаций негладких решений динамических задач конфликтного управления, базирующегося на *регуляризации функций посредством локального овыпукления*, предлагаются *разностные операторы* приближенного построения *минимаксного решения задачи Коши для уравнения типа Гамильтона-Якоби-Беллмана* с положительно однородным по импульсной переменной гамильтонианом. Локальное одностороннее овыпукление функции позволяет перейти к операции суб- или супердифференцирования в смысле выпуклого анализа и свести вычисление приближенного значения решения краевой задачи к решению совокупности задач линейного программирования. Приводятся *оценки скорости сходимости операторов*.

4. Развивается подход к построению решения дифференциальной игры в «мягкой постановке» на основе привлечения множеств, априори не обладающих свойством слабой инвариантности, т.е. обладающих ненулевым *дефектом стабильности*. Содержательно дефект стабильности множества определяет размер окрестности цели, в которую при надлежащем способе управления попадают решения конфликтно-управляемой системы в случае, когда начальная позиция лежит на множестве. Отправной точкой в исследовании является *максимальный стабильный мост*. Мост деформируется с помощью *дискриминантных преобразований*, улучшающих дифференциальные свойства его границы. Устанавливается, что *дефект стабильности деформации множества* изменяется по квадратичному закону относительно коэффициента деформации. В рамках означенного подхода к построению решения дифференциальной игры предлагаются алгоритмы численного решения игровой задачи управления на плоскости в классе множеств, границы которых строятся гладким сопряжением кривых с ограниченной кривизной.