

Е.И. Бравый.

Краевые задачи для семейств функционально-дифференциальных уравнений

Аннотация. Работа посвящена краевым задачам для линейных функционально-дифференциальных уравнений. Значительный вклад в разработку этой темы внесли авторы классических монографий: А.Д. Мышкис, Н.В. Азбелев, В.П. Максимов, Л.Ф. Рахматуллина, И.Т. Кигурадзе, Дж. Хейл, Р.П. Агарвал и другие. Здесь предложен метод решения трех основных проблем, связанных с краевыми задачами для функционально-дифференциальных уравнений: нахождение необходимых и достаточных условий существования единственного решения краевой задачи для всех уравнений из заданного семейства уравнений, нахождение необходимых и достаточных условий знакоопределенности решений краевой задачи для всех уравнений из заданного семейства, нахождение оценок решений краевой задачи справедливых для всех уравнений заданного семейства. Все три перечисленные задачи сводятся (для многих видов функционально-дифференциальных уравнений и систем таких уравнений) к задаче конечномерной оптимизации, таким образом, могут быть решены приближенно с любой точностью. В отдельных случаях удается получить аналитическое решение. Для каждого конкретного уравнения полученные результаты дают наилучшие достаточные условия разрешимости краевой задачи, знакоопределенности решений краевой задачи, наилучшие (в данном семействе уравнений) оценки решения. Наряду с общими утверждениями в некоторых случаях получены эффективные необходимые и достаточные условия:

- для периодической краевой задачи для функционально-дифференциальных уравнений различных порядков и различных семейств уравнений удалось найти наилучшие константы в условиях разрешимости,
- для периодической задачи для уравнений первого и второго порядка получены эффективные условия однозначной разрешимости и знакоопределенности решений (и в случае, когда функция Грина периодической задачи не сохраняет знак, и в случае, когда функция правой части уравнения не сохраняет знак),
- для задачи Коши для сингулярных функционально-дифференциальных уравнений получены условия разрешимости и неотрицательности решений,
- для двухточечной краевой задачи для уравнений второго и четвертого порядков получены условия однозначной разрешимости,
- для четырехточечной краевой задачи в резонансном случае получены условия однозначной разрешимости,
- получены наилучшие оценки периодов непостоянных решений функционально-дифференциальных уравнений с липшицевыми нелинейностями,
- получены условия существования решения краевых задач для нелинейных функционально-дифференциальных уравнений (в условиях справедливости нелинейной альтернативы Фредгольма по Похожаеву и Браудеру),
- получено описание точек спектра краевой задачи для семейств функционально-дифференциальных уравнений.